Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba

CAMPUS CAMPINA GRANDE

Curso de Especialização em Ensino de Matemática

Processo Seletivo – EDITAL Nº10/2021

Decisões da Comissão sobre os recursos

RECURSOS ENVIADOS:

- Só foi requerido um recurso ao gabarito preliminar. Trata-se do recuso do candidato GEOVANE TAVARES NOGUEIRA, CPF: 119.050.174-05. Ele solicita alterações no gabarito para as questões: Questão 12 (Impossibilidade de se chegar a uma alternativa); Questão 17 (Ambiguidade na escrita); Questão 19 (mais de uma alternativa que satisfaz a comanda da questão); Questão 22 (Mudança de gabarito); Questão 24 (Não existe alternativa correta)

ANÁLISE DAS SOLICITAÇÕES

Questão 12:

Seja r uma reta que intercepta a origem do plano cartesiano tangenciando a curva

$$y = 2x^3 + x + 32.$$

Qual é o coeficiente angular da reta r?

16 B) 25 C)32 D) 8 e) 12

ARGUMENTO EXPOSTO NO RECURSO:

Neste sentido precisaríamos de um ponto que fosse dado na questão, e esta informação não foi fornecida, uma vez que precisaríamos desse ponto para encontrar o coeficiente angular da reta procurada que tem sua lei de formação da seguinte maneira $\boldsymbol{y = mx}$, uma vez que passa pela origem (Equação da reta linear).

Agora vamos encontrar o valor do coeficiente angular que é $\boldsymbol{m = f'(x_0)}$ dado por , assim temos, $m = 6x_0^2 + 1$. Do fato que não foi informado o ponto de tangência da equação da reta procurada com a curva dada inicialmente é impossível determinar a equação da reta r. Desta forma, pede-se a anulação dessa questão, uma vez que falta dados suficiente para se chegar na alternativa que foi divulgada como a correta para a referida questão!

COMENTÁRIO DA COMISSÃO:

Notemos que o coeficiente angular da reta, como foi dito, é $m = f'(x)$. Portanto, $m = 6x^2 + 1$. Isso indica que para cada valor de x, teremos um coeficiente angular. Portanto, supondo que no ponto de tangência $x = k$, teremos $m = 6k^2 + 1$.

Como a reta é linear, passa na origem, temos: $y = m.x \rightarrow y = (6k^2 + 1).x$.

Também se sabe que no ponto de tangência a curva e reta possuem a mesma ordenada.

Portanto:

$$2k^3 + k + 32 = (6k^2 + 1).k \rightarrow$$

$$\rightarrow 2k^3 + k + 32 = 6k^3 + k \rightarrow$$

$$\rightarrow 4k^3 = 32 \rightarrow \quad k = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow k = 2$$

Daí, conclui-se que:

- O ponto de tangência é $(2, 50)$;
- O coeficiente angular da reta, portanto é $m = 6.2^2 + 1 = 25$;
- A equação da reta é $y = 25.x$
- Resposta no gabarito: LETRA B

Portanto, a comissão INDEFERE o pedido.

Questão 17: Sobre a equação $x^3 - x + \frac{4\sqrt{5}}{27} = 0$, em $\mathbb{C}$, sabendo que $\frac{\sqrt{5}}{3}$ é uma das suas raízes, é CORRETO afirmar que:

A) As outras duas raízes são iguais
B) Não há raízes complexas
C) $\frac{-\sqrt{5}}{3}$ é uma das outras raízes
D) As outras raízes não números complexos com partes imaginárias nulas.
E) A soma das outras raízes é igual a zero.

ARGUMENTO EXPOSTO NO RECURSO:

Na referida questão a alternativa correta de acordo com o gabarito preliminar é a letra D (As outras raízes não números complexos com partes imaginárias nulas). Perceba que a escrita traz uma ambiguidade, pois tanto pode ser entendida como "As outras raízes não são números complexos com parte imaginária nula"

Do fato, da dupla interpretação da questão, e da escrita está incorreta, pede-se a anulação desta questão!

COMENTÁRIO DA COMISSÃO:

De fato, houve um erro de digitação do texto.

Onde há: “As outras raízes não números complexos com partes imaginárias nulas”
Seria: “As outras raízes são números complexos com partes imaginárias nulas” .

Esse erro de digitação foi corrigido no dia da aplicação. No entanto, pelo recurso impetrado, conclui-se que o candidato não foi informado.

Assim, a comissão DEFERE o pedido do candidato.

Questão 19: Qual das afirmações NÃO é verdadeira?

A) O cubo de um número ímpar é também um número ímpar.

B) Se a e b são números reais e, $a - b = 1$, então, $a^3 - b^3 = 3b^2 + 3b + 1$.

C) Se $x = 0{,}7777\ldots$ e $y = \frac{1}{3}$, então $(x+y)^2 > \frac{10}{9}$.

D) Para quaisquer x e y reais vale a igualdade: $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2+y^2)$.

E) $\left(\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{16}+\sqrt{\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{1}{4}}}}}\right)$ é um número irracional.

Argumento exposto no recurso:

Na alternativa B temos o seguinte:
Se a e b são números reais e ,$a - b = 1$, então, $a^3 - b^3 = 3b^2 + 3b + 1$:

Vou resolver essa questão de 2 maneiras e mostrar que a mesma é falsa:

1ª maneira:
Temos que $a - b = 1$ então elevando ambos os lados ao cubo temos:

$$(a-b)^3 = 1^3$$
$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 1$$

Ou seja, isolando $a^3 - b^3$, temos:

$$a^3 - b^3 = 1 + 3a^2b - 3ab^2.$$

E desta forma chegamos que

$$1 + 3a^2b - 3ab^2 \neq 3b^2 + 3b + 1$$

2ª maneira: Temos que $a - b = 1$ e sabemos que:

$$a^3 - b^3 = (a-b).(a^2 + ab + b^2)$$

Então teríamos que:

Logo também chegamos que:

$$a^3 - b^3 = 1\,(a^2 + ab + b^2) \neq 3b^2 + 3b + 1$$

Então de acordo com o que foi mostrado anteriormente, concluí-se que a letra B está incorreta!

Por outro lado a alternativa E também está incorreta, uma vez que efetuando os cálculos chegamos que o valor numérico da expressão matemática:

$$\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{16}+\sqrt{\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{1}{4}}}}} = \frac{3}{2} \notin \{\mathbb{R} - \mathbb{Q}\}$$

Pois $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt{\frac{7}{4} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$; $\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$; $\sqrt{1 + \frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

Desta maneira, a alternativa E, também está incorreta!

Como tem-se duas possíveis respostas para a questão, a mesma deve ser anulada!

COMENTÁRIO DA COMISSÃO:

O argumento do candidato não tem sustentação. Vejamos:

É referido que a expressão $(a^3 - b^3)$, apresenta dois resultados distintos do que foi colocado na assertiva. Mas, olhando com cuidado, vemos que os três resultados são iguais.

i) $a^3 - b^3 = 1 + 3a^2b - 3ab^2$.

Sabemos que $a - b = 1 \rightarrow a = 1 + b$. Assim:

$a^3 - b^3 = 1 + 3a^2b - 3ab^2 = 1 + (1+b)^2.b - 3.(1+b).b^2 \rightarrow$

$a^3 - b^3 = 1 + 3(1 + 2b + b^2).b - 3.b^2 - 3b^3 \rightarrow$

$a^3 - b^3 = 1 + 3b + 6b^2 + 3b^3 - 3b^2 - 3b^3 \rightarrow$

$$a^3 - b^3 = 1 + 3b + 3b^2$$

ii) $a^3 - b^3 = (a - b).(a^2 + ab + b^2)$. Como $a = 1 + b$, temos:

$a^3 - b^3 = (1 + b - b).((1+b)^2 + (1+b)b + b^2) \rightarrow$

$a^3 - b^3 = 1.(1 + 2b + b^2 + b + b^2 + b^2) \rightarrow$

$$a^3 - b^3 = 3b^2 + 3b + 1$$

Portanto, a assertiva estava correta:

Se a e b são números reais e, $a - b = 1$, então, $a^3 - b^3 = 3b^2 + 3b + 1$.

Assim, a comissão INDEFERE o recurso em tela essa questão.

Questão 22: Considere duas funções afins, uma f e uma g com domínio no conjunto dos reais. O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em $A = (-4, 0)$, enquanto o gráfico da função g, intercepta esse eixo, em $B = (4,\ 0)$. Seja o ponto $C = (K, 6)$ a intersecção dos gráficos das duas funções.

É CORRETO afirmar, que:

A) Independentemente do valor de k, a função f é crescente e a função g é decrescente.
B) Não há dados suficientes para o cálculo da área do triângulo de vértices A, B e C.
C) Para qualquer valor de k, $k \neq 4\ \ e\ k \neq -4$, a área do triângulo ABC é igual a 24 unidades de área.
D) A função f é definida por $f(x) = \frac{6}{k+4}x - 24,\ \ com\ k \neq -4$.
E) Se $k = 4$ o triângulo ABC existe e é retângulo.

Argumento exposto no recurso:

Na questão foi fornecido os pontos $A = (-4,0)$, $B = (4,0)$ e $C = (4,6)$

A alternativa que a banca sugere como resposta é a letra C que traz o seguinte:
c) qualquer valor de k, $k \neq 4\ e\ k \neq 4$, a área do triangulo ABC é igual a 24 unidades de área .

Desta maneira, entende que quando o valor de k for 4 ou -4 teríamos que a área do triângulo ABC teria área diferente de 24. Mas isso é falso, uma vez que para esses valores para k temos que a área desse triângulo formado também é igual a 24u.a.(unidade de area). Veja;

Tomando os pontos A=(-4,0) , B=(4,0) e C= (4,6) e usando o determinante para se encontrar a área temos:

$$AREA_{ABC} = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{2} = \frac{|24 + 24|}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

E de maneira análoga temos:

$$AREA_{ABC} = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -4 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{2} = \frac{|24 + 24|}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

Então com isso mostramos que para qualquer valor de k a área do triângulo ABC sempre será igual a 24 unidades de área. Assim a alternatica C está incorreta!

Por outro lado na alternatica E, temos que se k=4 o triângulo ABC é retângulo. Isso é verdade pois temos: os pontos A=(-4,0) B=(4,0) e C= (4,6)

$$D(A,B) = \sqrt{(-4-4)^2 + (0-0)^2} = 8$$

$$D(B,C) = \sqrt{(4-4)^2 + (6-0)^2} = 6$$

$$D(A,C) = \sqrt{(4+4)^2 + (6-0)^2} = 10$$

Observe que isso é um triângulo retângulo de terna (6,8,10). Por pitágora temos:

$$[D(A,C)]^2 = [D(A,B)]^2 + [D(B,C)]^2$$
$$10^2 = 8^2 + 6^2 \quad 100 = 64 + 36 = 100$$

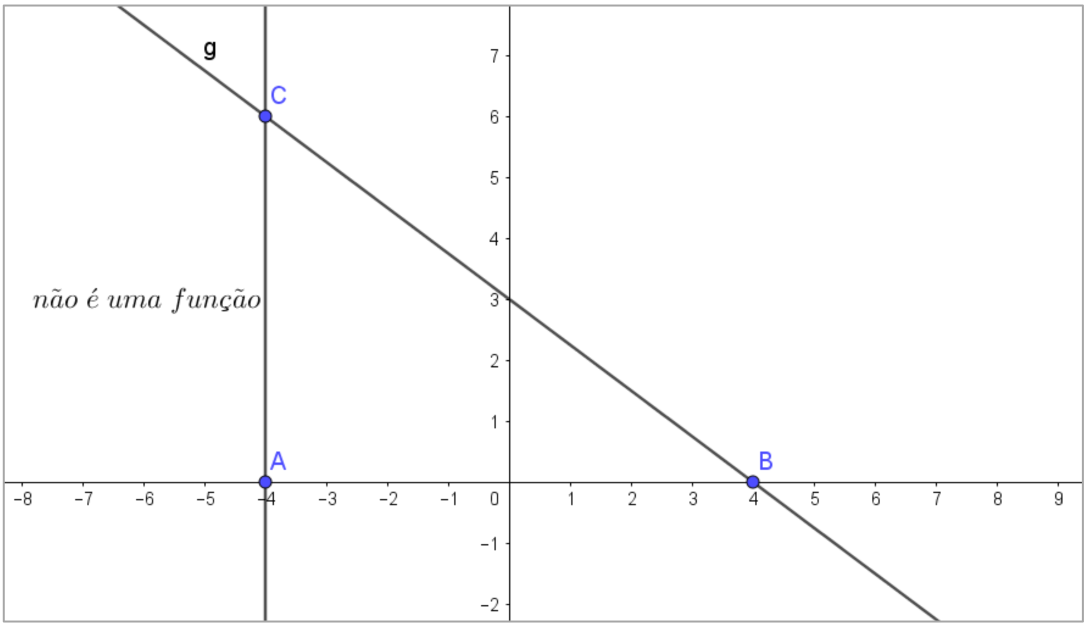
Desta maneira, temos que a Alternativa E está correta!

Logo, pede-se a troca de gabarito da. alternatica C para a alternativa E

COMENTÁRIO DA COMISSÃO:

Os pontos A, B e C, são usados para definir as funções f e g. “O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em $A = (-4, 0)$, enquanto o gráfico da função g, intercepta esse eixo, em $B = (4, 0)$.”

Portanto, se $k = 4 \ e/ou \ k = -4$, o ponto $C = (k, 6)$ coincide com B ou com A. E assim, não teríamos pelo menos uma das funções definidas. Logo, só faz sentido falar do triângulo, limitado pelos gráficos das funções se elas estiverem definidas.
(Veja a figura com o caso de $k = -4$)



De modo análogo, se $k = 4$, o triângulo ABC não faz sentido falar na função g e, portanto, para esta situação não há triângulo limitado pelos gráficos. Note que a existência de C está condicionada a existência das funções "Seja o ponto $C = (K, 6)$ a intersecção dos gráficos das duas funções".

Pelo o exposto, a comissão INDEFERE o recurso do candidato a esta questão.

3. **Questão 24:** Uma matriz quadrada X é simétrica se é igual a sua transposta X^T.

Se a matriz $P = \begin{bmatrix} x+y^2 & x+2y & xy \\ 1 & 2y-x & x-y^2 \\ -6 & -7 & 4 \end{bmatrix}$ é simétrica, o determinante da matriz inversa de P, é:

$A) -191$ $B)\frac{1}{191}$ $C) -\frac{1}{191}$ $D)191$ $E)$ *Não existe, pois P não admite inversa*

Argumento exposto no recurso:

Nessa questão não tem a alternativa correspondente a comanda da questão, uma vez que a mesma quer o valor do determinante da inversa da matriz P.

Temos que a matriz $P = \begin{bmatrix} x+y^2 & x+2y & xy \\ 1 & 2y-x & x-y^2 \\ 6 & -7 & 4 \end{bmatrix}$ é simetrica, ou seja;

$$P = \begin{bmatrix} x+y^2 & x+2y & xy \\ 1 & 2y-x & x-y^2 \\ -6 & -7 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y^2 & 1 & -6 \\ x+2y & 2y-x & -7 \\ xy & x-y^2 & 4 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} x+2y=1 \\ xy=-6 \\ x-y^2=-7 \end{cases}$ encontramos $x = -3\ e\ y = 2$

Logo a matriz P é: $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -6 \\ 1 & 7 & -7 \\ -6 & -7 & 4 \end{bmatrix}$ usando o método da matriz dos cofatores encontramos que a matriz inversa de P é:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{21}{193} & \frac{38}{193} & \frac{-35}{193} \\ \frac{-38}{193} & \frac{32}{193} & \frac{-1}{193} \\ \frac{-35}{193} & \frac{-1}{193} & \frac{-6}{193} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o determinante da matriz inversa de P temos:

$$Det(P^{-1}) = \frac{-1}{193}$$

E não existe nenhuma alternativa com esse resultado!

Portanto, pede-se a anulação dessa questão!

COMENTÁRIO DA COMISSÃO:

O recurso do candidato é pertinente.

A comissão DEFERE o recurso à esta questão.

Campina Grande, 02 de junho de 2021.

Luís Havelange Soares

Coordenador da Especialização em Ensino de Matemática